TEOREMA:

"*El conjunto de impares comprendido entre los valores N(N—2) y N^2, siendo N cualquier impar mayor que 1, contiene al menos dos números primos.* "

El enunciado del teorema se refiere a la expresión

$$N(N-2)<Q<N^2$$

donde:

$Q=\{N(N-2)+2,\ N(N-2)+4,\ N(N-2)+6,\ldots\ldots\ldots N^2-4,\ N^2-2\}$

N=número impar mayor que 1

q=elemento perteneciente a Q

nq=número de elementos de Q; (nq=N–1)

<u>1.-Características de los elementos de Q</u>

-Entre los divisores de los impares no primos comprendidos entre N(N—2) y N^2 se encuentran uno o más elementos del conjunto A

$$A=\{ 3, 5, 7 \ldots\ldots\ldots(nq-3), (nq-1) \}$$

na=número de elementos de A

$$na=\frac{nq-2}{2}$$

de tal forma que si:

N=3; Q={5, 7}, nq=2; na=0; A={ }; no existen impares no primos en Q

N=5; Q={17,19,21,23}, nq=4; na=1; A={3}; los impares no primos de Q son múltiplos de 3

N=7; Q={37,39,41,43,45, 47}, nq=6; na=2; A={3,5}; entre los divisores de los impares no primos comprendidos en Q se encuentran uno o más elementos del conjunto A={3,5}

………………………………………………………………………

N=N;

Q={N(N–2)+2, N(N–2)+4, N(N–2)+6,………N^2–4, N^2–2}

nq=N–1; na=$\frac{N-3}{2}$; A={3, 5,……….nq–1};

Ej1.-N=7; Q={37,39,41,43,45, 47}, nq=6; na=2; A={3,5}; entre los divisores de los impares no primos comprendidos en Q se encuentran uno o más elementos del conjunto A={3,5};

Los números 39 y 45 son múltiplos de 3 y el número 45 es múltiplo de 5. Todos los impares no primos son por tanto múltiplos de al menos un elemento de A

Los números 37,41, 43 y 47 son primos.

Ej2.-N=9; Q={63,65,67,69,71,73,75,77,79}, nq=8; na=3; A={3,5,7}; entre los divisores de los impares no primos comprendidos en Q se encuentran uno o más elementos del conjunto A={3,5,7};

Los números 63,69,75 son múltiplos de 3; los números 65 y 75 son múltiplos de 5; y los números

63 y 77 son múltiplos de 7.Todos los impares no primos son por tanto múltiplos de al menos un elemento de A.

Los números 67,71, 73 y 79 son primos.

Demostrar el teorema anterior, supone demostrar que el número de primos es infinito.

2.-Demostración:

Para cualquier N impar mayor de 1, la secuencia de impares consecutivos comprendida entre **$N(N-2)$ y N^2,** es una de todas las posibles que se pueden formar, ocupando un número par de lugares **(nr)** por impares consecutivos, donde los impares no primos cumplen la condición:

-Entre los divisores de los impares no primos comprendidos en los **nr** lugares, se encuentra al menos un elemento de A.

A={3, 5, 7 ……….(nr–3), (nr–1) }

na=número de elementos de A

$$na=\frac{nr-2}{2}$$

Si consideramos un número par de lugares nr,

{ • • • • …..• • • • • • • •….. • • • • }

a ocupar por impares consecutivos con las anteriores condiciones de ocupación y se demuestra que el máximo de lugares ocupado por impares no primos es nr-2, se habrá demostrado el Teorema, ya que las condiciones de ocupación en el intervalo $N(N-2)$ y N^2 son las mismas, y lo único que individualiza a los impares consecutivos comprendidos entre $N(N-2)$ y N^2 es precisamente los límites de intervalo

De todas las combinaciones de ocupación posibles hay una, que aporta el máximo de ocupación de nr por impares no primos, que denominamos- **Combinación Principal (C.P.)**, y que por la sencillez de su formación para cualquier valor de nr, facilita la demostración del teorema.

Combinación Principal

En esta combinación, la ocupación de lugares en nr, se realiza de la siguiente forma y en el siguiente orden:

-los lugares primero y último se asignan a dos impares múltiplos de (nr–1). Al disponer de nr lugares, el máximo de impares múltiplos de (nr–1), es 2

-Los lugares segundo y penúltimo se asignan a dos impares múltiplos de (nr–3). Al disponer de nr–2 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de (nr–3) con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

-Los lugares tercero y antepenúltimo se asignan a dos impares múltiplos de (nr–5). Al disponer de nr–4 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de (nr–5) con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

…………………………………………………………………………..

-los lugares $\frac{\mathrm{nr}-4}{2}$ y $\frac{\mathrm{nr}+6}{2}$ serán ocupados por dos múltiplos de 5. Al disponer de 6 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de 5 con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

-los lugares $\frac{\mathrm{nr}-2}{2}$ y $\frac{\mathrm{nr}+4}{2}$ serán ocupados por dos múltiplos de 3. Al disponer de 4 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de 3 con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

-Los lugares $\frac{\mathrm{nr}}{2}$ y $\frac{\mathrm{nr}+2}{2}$ quedan libres de ocupación por impares no primos.

Resultando que el máximo de ocupación de lugares en nr, por impares no primos es **nr-2.**

En esencia, como cada asignación parcial de lugares a un grupo de impares múltiplos de un elemento de A, supone la ocupación por este grupo, del máximo de lugares libres no ocupados anteriormente por los grupos de impares que le preceden, la suma de los máximos de ocupación posible para cada grupo, genera la ocupación máxima en nr.

La máxima ocupación es nr-2

nr-2=(2·nº total de grupos de impares.)

Y como consecuencia el mínimo de primos en nr es 2, quedando demostrado el teorema.

C.Q.D

Ejemplo de formación de la Combinación Principal con **nr=14**

El número de lugares en R a ocupar por impares consecutivos es 14

R={• • • • • • • • • • • • • •}

el número de elementos de A es:

$$\mathbf{na}=\frac{nr-2}{2}=\frac{14-2}{2}=6$$

A={3, 5,7, 9, 11, 13}

Entre los divisores de los impares no primos comprendidos en nr, se encuentran uno o más elementos del conjunto:

A={3,5,7,9,11, 13}

El problema se reduce a ocupar los 14 lugares disponibles en nr por el máximo de impares múltiplos de 3, 5, 7,9,11, 13

lugares ocupados por múltiplos de 13

Los lugares primero y último se ocupan por dos impares múltiplos de 13

[1 • • • • • • • • • • • • 14]

1 y 14 =lugares ocupados por múltiplos de 13

Con ello se consigue la máxima ocupación por impares múltiplos de 13 (dos lugares)

-Los lugares primero y penúltimo se asignan a dos impares múltiplos de (nr–1). Al disponer de nr lugares libres, el máximo de impares múltiplos de (nr–1) con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

lugares ocupados por múltiplos de 11

Los lugares segundo y penúltimo se ocupan por dos impares múltiplos de 11

[1 2 • • • • • • • • • • 13, 14]

2 y 13 =lugares ocupados por múltiplos de 11

Con ello se consigue la máxima ocupación por impares múltiplos de 11 dos lugares)

-Los lugares segundo y penúltimo se asignan a dos impares múltiplos de (nr–3). Al disponer de nr–2 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de (nr–3) con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

lugares ocupados por múltiplos de 9

Los lugares tercero y antepenúltimo se ocupan por dos impares múltiplos de 9

[1 2 3 • • • • • • • • 12, 13, 14]

3 y 12 =lugares ocupados por múltiplos de 9

Con ello se consigue la máxima ocupación por impares múltiplos de 9 (dos lugares)*

* Como 9 es múltiplo de 3, los lugares 3 y 12 también son lugares ocupados por impares múltiplos de 3(superposición)

- lugares ocupados por múltiplos de 7

Los lugares 4º y 11º se ocupan por dos impares múltiplos de 7

[1 2 3 4 • • • • 11 12, 13, 14]

4 y 11=lugares ocupados por múltiplos de 7

Con ello se consigue la máxima ocupación por impares múltiplos de 7 (dos lugares)

-los lugares $\frac{nr-6}{2}$ *y* $\frac{nr+8}{2}$ *serán ocupados por dos múltiplos de 7.*
Al disponer de 8 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de 5 con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

lugares ocupados por múltiplos de 5

Los lugares 5º y 10º se ocupan por dos impares múltiplos de 5

[1 2 3 4 5 • • • • 10 11 12, 13, 14]

5 y 10=lugares ocupados por múltiplos de 7

Con ello se consigue la máxima ocupación por impares múltiplos de 5 (dos lugares)

-los lugares $\frac{nr-4}{2}$ *y* $\frac{nr+6}{2}$ *serán ocupados por dos múltiplos de 5.*
Al disponer de 6 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de 5 con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

lugares ocupados por múltiplos de 3

Los lugares 6º y 9º se ocupan por dos impares múltiplos de 3

[1 2 3 4 5 6 • • 9 10 11 12, 13, 14]

6 y 9=lugares ocupados por múltiplos de 3 .
(3º y 12º) son también lugares ocupados por múltiplos de 3 pero estos últimos se superponen con los ocupados por los múltiplos de 9

Con ello se consigue la máxima ocupación por impares múltiplos de 3 (dos lugares)

-los lugares $\frac{nr-2}{2}$ *y* $\frac{nr+4}{2}$ *serán ocupados por dos múltiplos de 3.*
Al disponer de 4 lugares libres, el máximo de impares múltiplos de 3 con posibilidad de ocupar lugares no ocupados anteriormente, es 2

lugares libres de ocupación

Los lugares **7 y 8** son lugares libres de ocupación.
-los lugares centrales $\frac{nr}{2}$ *y* $\frac{nr+2}{2}$ *son lugares libres de ocupación*

7 y 8 =lugares libres de ocupación por impares no primos

Resultando la Combinación Principal para nr=14

[1 2 3 4 5 6 • • 9 10 11 12, 13, 14]

1 y 14 =lugares ocupados por múltiplos de 13
2 y 13 =lugares ocupados por múltiplos de 11

3 y 12 =lugares ocupados por múltiplos de 9 (y también por múltiplos de 3)

4 y 11 =lugares ocupados por múltiplos de 7

5 y 10 =lugares ocupados por múltiplos de 5
6 y 9 +(3 y 12) lugares ocupados por múltiplos de 3 (los lugares 3 y 12, se superponen con los ocupados por los múltiplos de 9)

7 y 8 =lugares libres de ocupación por impares no primos

El máximo número de lugares ocupados es nr-2.
(**nr—2**=12)

Si para nr=14; A={3, 5, 7, 9, 11, 13}, representamos las posibilidades de ocupación de lugares en nr por cada uno de los grupos de múltiplos (m.3, m.5, m.7, m.9, m.11 y m.13), la C.P, queda representada de la siguiente forma:

Mult. 13	Múlt. 11	Múlt. 9	Múlt. 7	Mult. 5	Multi. 3
1º y 14º	1º y 12º	1º y 10º	1º y 8º,	1º, 6º, 11º	1º, 4º, 7º, 10º, 13º
2º	2º 13º	2º y 11º	2º y 9º	2º, 7º, 12º	2º, 5º, 8º, 11º, 14º
3º	3º y14º	3º y 12º	3º y 10º	3º, 8º, 13º	----------------------
4º	4º	4º y 13º	4º y 11º	4º, 9º, 14º	---------------------
5º	5º	5º y 14º	5º y 12º	5º, 10º	--------------------
6º	6º	6º	6º y 13º		3º, 6º, 9º, 12º
7º	7º	7º	7º y 14º		
8º	8º	8º			
9º	9º	9º			
10º	10º				
11º	11º				
12º					
13º					

.....=Combinación Principal

En la Combinación Principal <u>todos los grupos</u> de impares ocupan un número par de lugares.

Cuando un grupo de impares ocupa un número par de lugares mayor de 2, un elemento de A es divisor de otro u otros elementos de A, y en estos casos se produce un solape de lugares ocupados por los grupos de múltiplos de los elementos de A, en los que se mantiene la relación múltiplo-divisor, de tal forma que el conjunto de lugares ocupados por estos grupos = 2·nº de grupos. A los únicos efectos de cómputo, a cada uno de estos grupos se le asignan los pares de lugares no solapados.

Es el caso del ejemplo, donde el grupo múltiplos de 3 ocupa los lugares 3º, 6º, 9º, y 12º, y el grupo múltiplos de 9 ocupa los lugares 3º y12º

Los lugares ocupados por los grupos múltiplos de 3 y múltiplos de 9 son: (2·número de grupos=2·2=4 lugares). A efectos de cómputo, a cada grupo se le asignan los lugares no solapados, de tal forma que el grupo m.9 ocupa 2 lugares no solapados (3º, 12º) y el grupo m.3 ocupa 2 lugares no solapados (6º, 9º), cumpliéndose la regla general para el conjunto de todos los grupos: el máximo de ocupación por impares no primos es de nr-2=14-2=12=2·nº total de grupos =2·6=12

En la C.P, los lugares centrales $\frac{nr}{2}$ $y\,\frac{nr+2}{2}$, no están ocupados por impares no primos.

En el caso del ejemplo, los lugares 7º y 8º, no están ocupados por impares no primos.

La secuencia de ocupación de la C.P no es exclusiva en la obtención del máximo de lugares ocupados en nr, ya que dependiendo del valor de nr, existen otras combinaciones de ocupación de lugares con las que se obtiene el mismo resultado, pero la Combinación Principal permite articular el razonamiento que facilita la demostración del Teorema.

Resto de combinaciones

Demostrado el teorema, solo faltaría comprobar el cumplimiento del mismo en el resto de combinaciones, donde tanto la forma de ocupación, como el orden, no se corresponden con lo establecido en la C.P. (combinación principal).

Del resto de combinaciones, es posible encontrar algunas, en las que los impares no primos ocupan el máximo de ocupación de **nr-2** lugares, pero las condiciones impuestas a los impares consecutivos no primos en la ocupación de los lugares de nr , impiden encontrar una combinación, donde la ocupación de los lugares de nr por no primos, supere el valor **nr-2**

Ej1.- nr=8, A={3,5,7} donde los los grupos de múltiplos ocupan 2 o mas lugares:

Múltiplos de 7	Múltiplos de 5	Múltiplos de 3
1ºy 8º	1ºy 6º	1º, 4º y 7º
2º	2º y 7º	2º, 5º y 8º
3º	3º y 8º	3ºy 6º
4º	4º	
5º	5º	
6º		
7º		

…=Combinación Principal.

La ley que rige las posibilidades de ocupación de cada uno de los grupos de múltiplos, conduce necesariamente a la formación de solapes que impiden que se supere el valor nr-2=6.

La máxima ocupación en el caso del ejemplo, cuando los grupos de múltiplos ocupan 2 o más lugares es de nr-3=5 lugares.

Solo, para algunos valores de nr, es posible alcanzar el máximo de ocupación (nr-2), y esto se consigue combinando con grupos de múltiplos cuando estos ocupan un solo lugar.

En el ejemplo, se alcanza el máximo de ocupación combinando cuando el grupo m.7 ocupa un lugar.

Múltiplos de 7	Múltiplos de 5	Múltiplos de 3
2º	3º, 8º	1º, 4º, 7º,
5º	3º, 8º	1º, 4º, 7º,
6º	3º, 8º	1º, 4º, 7º,
3º	1º, 6º	2º, 5º, 8º
4º	1º, 6º	2º, 5º, 8º
7º	1º, 6º	2º, 5º, 8º

El máximo de ocupación por impares no primos en cualquiera de las combinaciones anteriores es de nr-2=8-2=6 lugares

A).-Para los siguientes valores de nr, en ninguna de las combinaciones diferentes de la C.P, se alcanza el máximo de ocupación de nr-2

nr=4, 10, 16, 22, 28, 34, 40…….

nr=6

nr=12

Ej. nr=10; A={3,5,7,9}. La única combinación que genera el máximo de ocupación por impares no primos es la C.P, cundo los grupos de múltiplos ocupan los siguientes lugares:

m.3 .- 1º,4º,7º,10º

m.5,.- 3º,8º

m.7.- 2º,9º

m.9.- ~~1º,10º~~

…………………

~~000~~=solapes

B).-Para los restantes valores de nr, es posible encontrar combinaciones diferentes de la C.P., donde se alcanza el máximo de ocupación de nr-2, cuando se combina con grupos de impares que solo ocupan un lugar, pero ninguna combinación supera el valor nr-2

nr=8, 14, 20, 26, 32, 38, 44,,……

nr=18, 24, 30,36. 42, 48, 54……..

Ej. nr=14; A={3,5,7,9,11,13}. El máximo de ocupación (nr-2) es generado:

a) por la C.P, cuando los grupos de múltiplos ocupan los siguientes lugares

m.3 .- 3º,6º,9º,12º

m.5,.- 5º,10º

m.7.- 4º,11º

m.9.- ~~3º,12º~~

m.11.- 2º,13º

m.13.- 1º,14º

~~000~~=solapes

…………………

b) por las siguientes combinaciones, cuando los grupos de múltiplos ocupan los lugares;

m.3 .- 1º,4º,7º,10º,13º

m.5,.- ~~1º~~,6º,11º

m.7.- 2º,9º

m.9.- ~~1º,10º~~

~~4º,13º~~

~~7º~~

m.11.- 3º,14º

m.13.- 5º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 1º,4º,7º,10º,13º

m.5,.- ~~1º~~,6º,11º

m.7.- 2º,9º

m.9.- ~~1º,10º~~

~~4º,13º~~

~~7º~~

m.11.- 3º,14º

m.13.- 8º

~~000~~=solapes

m.3 .- 1º,4º,7º,10º,13º

m.5,.- ~~1º~~,6º,11º

m.7.- 2º,9º

m.9.- ~~1º,10º~~

~~4º,13º~~

~~7º~~

m.11.- 3º,14º

m.13.- 12º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 1º,4º,7º,10º,13º

m.5,.- ~~1º~~,6º,11º

m.7.- 5º,12º

m.9.- ~~1º,10º~~

~~4º,13º~~

~~7º~~

m.11.- 3º,14º

m.13.- 2º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 1º,4º,7º,10º,13º

m.5,.- ~~1º,~~6º,11º

m.7.- 5º,12º

m.9.- ~~1º,10º~~

~~4º,13º~~

~~7º~~

m.11.- 3º,14º

m.13.- 8º

~~000~~=solapes

m.3 .- 1º,4º,7º,10º,13º

m.5,.- ~~1º~~,6º,11º

m.7.- 5º,12º

m.9.- ~~1º,10º~~

~~4º,13º~~

~~7º~~

m.11.- 3º,14º

m.13.- 9º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 2º,5º,8º,11º,14º

m.5,.- 4º,9º,~~14º~~

m.7.- 3º,10º

m.9.- ~~2º,11º~~

~~5º,14º~~

~~8º~~

m.11.- 1º,12º

m.13.- 6º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 2º,5º,8º,11º,14º

m.5,.- 4º,9º,~~14º~~

m.7.- 3º,10º

m.9.- ~~2º,11º~~

~~5º,14º~~

~~8º~~

m.11.- 1º,12º

m.13.- 7º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 2º,5º,8º,11º,14º

m.5,.- 4º,9º,~~14º~~

m.7.- 3º,10º

m.9.- ~~2º,11º~~

~~5º,14º~~

~~8º~~

m.11.- 1º,12º

m.13.- 13º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 2º,5º,8º,11º,14º

m.5,.- 4º,9º,~~14º~~

m.7.- 6º,13º

m.9.- ~~2º,11º~~

~~5º,14º~~

~~8º~~

m.11.- 1º,12º

m.13.- 3º

~~000~~=solapes

…………………

m.3 .- 2º,5º,8º,11º,14º

m.5,.- 4º,9º,~~14º~~

m.7.- 6º,13º

m.9.- ~~2º,11º~~

~~5º,14º~~

~~8º~~

m.11.- 1º,12º

m.13.- 7º

~~000~~=solapes

m.3 .- 2º,5º,8º,11º,14º

m.5,.- 4º,9º,~~14º~~

m.7.- 6º,13º

m.9.- ~~2º,11º~~

~~5º,14º~~

~~8º~~

m.11.- 1º,12º

m.13.- 10º

~~000~~=solapes

…………………

…………………

….=para significar que en todos los casos, el múltiplo del mayor valor de A, (3,5,7,11,13}, solo ocupa un lugar.

Para cualquiera de los valores:

nr=8, 14, 20, 26, 32, 38, 44,,……

nr=18, 24, 30,36. 42, 48, 54……..

se cumple la característica anterior.

Por tanto, en el Resto de Combinaciones, no es posible encontrar ninguna combinación que supere el máximo de ocupación de lugares por impares no primos= nr-2, como consecuencia de los solapes que necesariamente se producen, ya que:

-Cuando un grupo de impares ocupa un número par de lugares mayor de 2, se producen solapes con otros grupos de múltiplos que le preceden, de tal forma que el conjunto de grupos donde tienen lugar los solapes no supera el valor de 2·nº de grupos

--Cuando un grupo de impares ocupa un número impar de lugares mayor de 1, los lugares ocupados se pueden descomponer:

-primer lugar +(nº par de lugares)

-nº par de lugares) +último lugar

En ambos casos, y en cualquiera de las combinaciones diferentes a la C.P, tanto el primero como el último lugar se solapan necesariamente con los grupos de múltiplos cuyo máximo de ocupación es de 2 lugares, y el resto de lugares ocupados (nº par de lugares), genera solapes con los grupos que le preceden, por lo que el máximo de ocupación no supera la media de:

2:nº total de grupos

y por tanto no se supera el máximo de ocupación=nr-2

Ej. nr=14, -Cuando el grupo múltiplos de 3 ocupa los lugares 1º, 4º, 7º, 10º, 13º, se puede descomponer en la suma:

1º+(4º, 7º, 10º, 13º)

De forma que el extremo 1º se solapa necesariamente con los lugares ocupados por el grupo múltiplos de 13, cuando este ocupa los máximos lugares (1º y 14º) y los cuatro lugares restantes (4º, 7º, 10º, 13º), se solapan necesariamente con los ocupados por los múltiplos de 9

4º y 13º

7º

10º

Por lo que el conjunto de grupos (múltiplos de 13, múltiplos de 9 y múltiplos de 3), no supera la media de 2 por nºde grupos=2·3= 6

Lo mismo sucede cuando descomponemos de la forma:

(1º,4º, 7º, 10º)+13º

Donde el extremo 13º se solapa necesariamente con los lugares ocupados por el grupo múltiplos de 11 cuando este ocupa los lugares 2º y 13º, y el nº par de lugares (1º 4º, 7º, 10º) se solapan con los lugares ocupados por el grupo múltiplos de 9, Por lo que el conjunto de grupos (múltiplos de 11, múltiplos de 9 y múltiplos de 3), no supera la media de 2 por nºde grupos=2·3= 6

Se concluye que en el Resto de Combinaciones, ninguna de ellas supera en un número par de lugares (nr), el máximo de ocupación por impares no primos generado por la Combinación Principal =nr-2.

MINIMO Y MAXIMO DE PRIMOS EN EL INTERVALO: $N(N-2)$ y N^2

Se ha demostrado que el conjunto de impares consecutivos comprendido entre:

$N(N-2)$ y N^2

N=impar≥3

contiene al menos 2 números primos.

La secuencia de impares consecutivos en el intervalo **$N(N-2)$ y N^2**, es una de las posibles combinaciones que pueden formarse al ocupar por impares consecutivos un número par de lugares nr.

Las condiciones de ocupación de un número par de lugares (nr) por impares consecutivos:

> "Entre los divisores de los impares no primos comprendidos en los **nr** lugares, se encuentra al menos un elemento de A".
>
> A={ 3, 5, 7 ……….(nr–3), (nr–1) }

son las mismas que cumplen los impares consecutivos en el intervalo **$N(N-2)$ y N^2**:

> "Entre los divisores de los impares no primos comprendidos entre $N(N—2)$ y N^2 se encuentran uno o más elementos del conjunto A"
>
> A={ 3, 5, 7 ……….(nq–3), (nq–1) }

Si en cualquier combinación de las que pueda formarse en nr, el número de primos es mayor o igual a 2, también lo será para el conjunto de impares consecutivos comprendidos entre **$N(N-2)$ y N^2**, con nq=nr,

De hecho, solo el mínimo de primos es 2 para el primer valor de $N=3$. Para el resto de valores de N el número de primos es mayor de 2.

<u>Crecimiento de los números primos en el intervalo **N(N-2) y N²**</u>

Sabemos que el número de primos en el intervalo **N(N-2) y N^2**, aumenta al aumentar N, y de la misma forma que en la conjetura de Gauss (convertida en teorema por Jacques Hadamard y C.J.de la Vallee Poussin), para valores muy grandes de x, expresa:

$$\pi(x) \approx x/\ln(x)$$

Representamos en nuestro caso, las funciones:

y1(u)=u/pi(u)

y2(u)=ln(u)

para los valores

u=3, 5, 7, 9, 11,……………………N

pi(u)=2, 3, 4, 4, 5,………………………

pi(u)=conjunto de primos comprendidos entre u(u-2) y u^2

generándose la **GRAFICA 1**, donde se puede observar el ajuste de la función ln(u) a los valores u/pi(u).

En la **GRAFICA 2**, se representan las funciones

y3=pi(u)

y4=u/ln(u)

para los valores:

u=3, 5, 7, 9, 11,……………………N

pi(u)=2, 3, 4, 4, 5,………………………

pi(u)=conjunto de primos comprendidos entre u(u-2) y u^2

Resultando un ajuste ‘cuasi perfecto’ de las funciones ln(u) y u/ln(u) a los valores u/pi(u) y pi(u) respectivamente.

Valores de: u, pi(u)

u=impares; 3 ≤u ≤10003

pi(u)=primos comprendidos entre u(u-2) y u^2

u	**pi(u)**
3	2
5	3
7	4
9	4
11	5
13	5
15	4
17	7
19	6

…………..

893……. 136

…………..

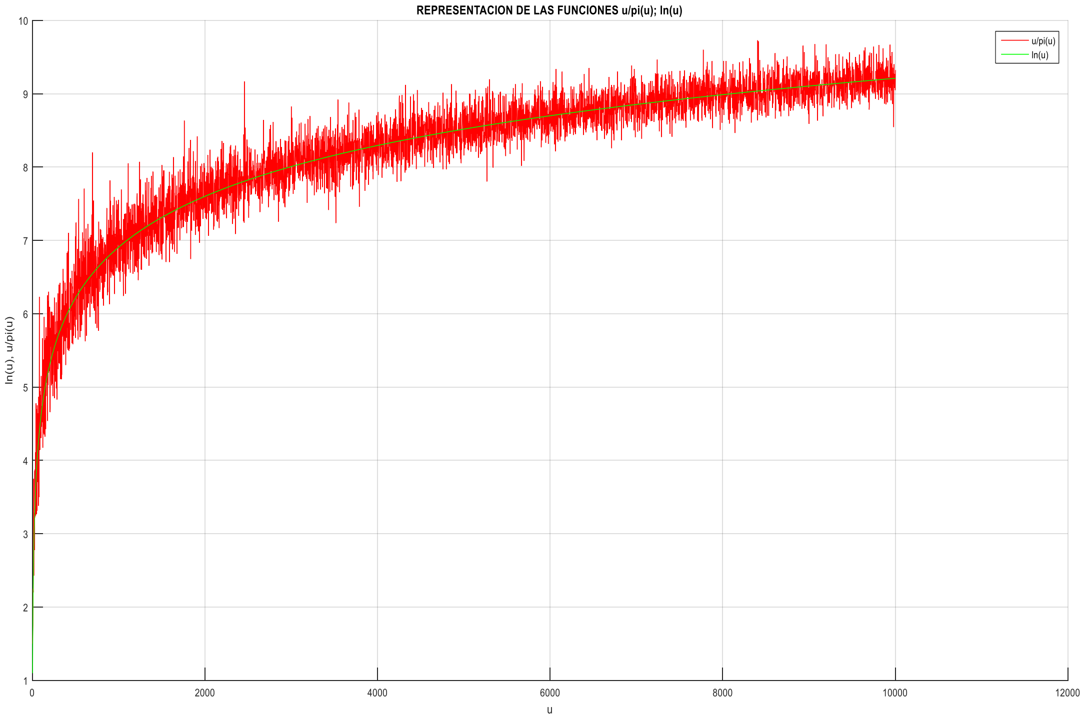
5227……602

…………..

10003….1073

Ej. Si u=893; pi(u)=136, que son los primos comprendidos entre 893x891 y 893^2

GRAFICA I



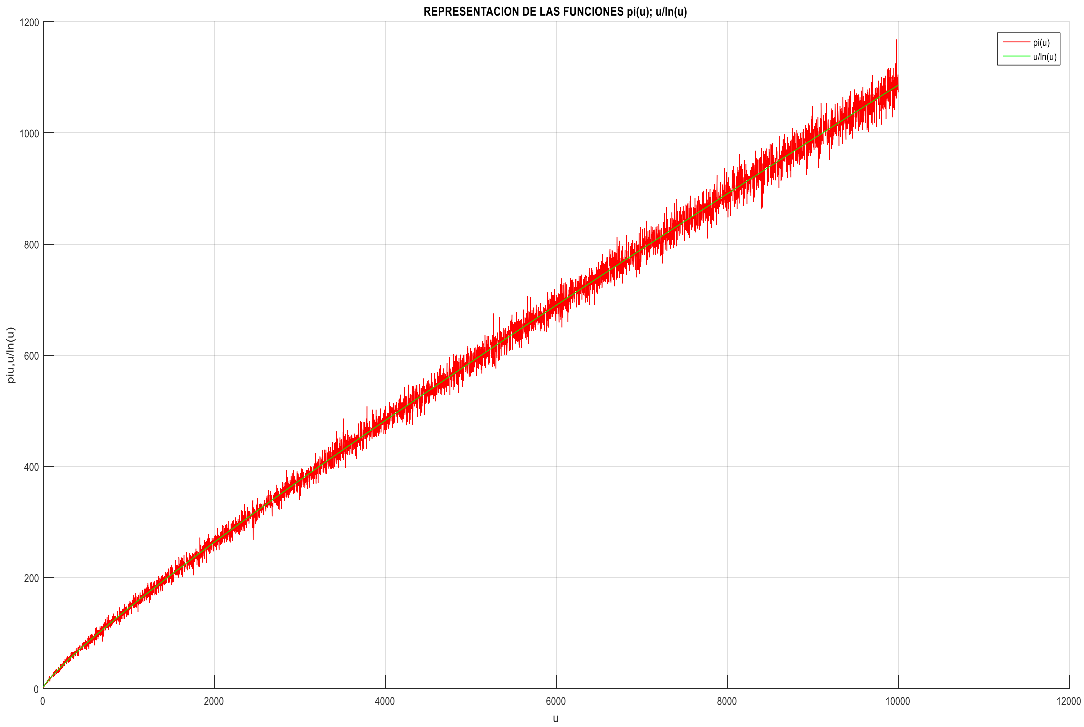
Leyenda:

--------- u/pi(u)

--------- ln(u)

$3 \leq u \leq 10003$

GRAFICA II



Leyenda:

--------- **pi(u)**

--------- **u/ln(u)**

$3 \leq u \leq 10003$

No ha sido posible establecer el algoritmo que determine como crecen los números primos en el intervalo **N(N-2) y N^2**, por lo que el gran reto sigue pendiente. En este punto conviene recordar la frase atribuida a Leonhard Euler*: "Tengo razones para creer que este es un misterio en el que la mente humana jamás podrá penetrar"*

Máximo de primos en el intervalo **N(N-2) y N^2**

Tampoco ha sido posible establecer alguna secuencia que determine una cota máxima de primos para el intervalo **N(N-2) y N^2**.

En la determinación del mínimo de primos en un número par de lugares nr, la Combinación Principal genera el mínimo para cualquier valor de nr. Existen valores de nr donde además de la C.P, hay otras combinaciones que también generan el mínimo de primos, pero la C.P, aporta el mínimo de primos (2) para cualquier valor de nr.

En la determinación del máximo de primos en un número par de lugares nr, no existe una única combinación que aporte el máximo para cualquier valor de nr, lo que dificulta sobremanera la tarea de encontrar una secuencia que determine dicho máximo

Alicante abril 2022